

Sujet MPI* - Le devoir dure 4h.

Les différents problèmes sont indépendants et peuvent être traités dans l'ordre de votre choix. La présentation globale de la copie ainsi que l'homogénéité des formules est prise en compte dans la notation.

Problème I - Cours - Bascule à mémoire RS

On note S l'entrée SET, R l'entrée RESET et Q la sortie du système.

- I.1. Rappeler le principe d'une bascule à mémoire RS.
- I.2. Donner la table de vérité en prenant R , S et Q^- en entrée, Q^- étant la valeur de la sortie avant la bascule.
- I.3. Donner la définition d'un système bistable.
- I.4. Indiquer pourquoi plusieurs réalisations sont possible pour un tel circuit.
- I.5. Montrer que la relation

$$Q_+ = S + \bar{R} \cdot Q_- . \quad (0.1)$$

définit une bascule RS. Justifier son appellation « mémoire à inscription prioritaire ». Donner le circuit logique correspondant.

- I.6. On donne le circuit suivant de la figure 1. Justifier que ce circuit constitue une bascule RS.

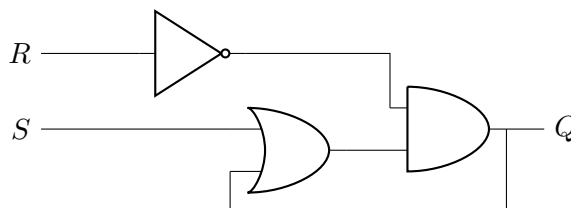


Fig. 1 – Circuit proposé.

Problème II - Contrôle de la tonalité du son émis par le thérémine

Ce problème est extrait du sujet de physique A de l'épreuve de la Banque PT 2018.

On donne

$$\sin a \sin b = \frac{1}{2}(\cos(a - b) - \cos(a + b)) .$$

L'effet hétérodyne est l'exploitation de deux signaux s_1 et s_2 , de fréquence f_1 et f_2 très élevées inaudibles, du domaine des radiofréquences et dont la différence produit une fréquence audible. L'oscillateur

électrique local crée le signal électrique de fréquence f_2 stable et l'instrumentiste engendre le signal électrique de fréquence f_1 .

II.1. Un « mélangeur » ou multiplieur crée la multiplication des deux signaux $s = ks_1s_2$ avec un coefficient k réel.

a. On dispose de deux signaux harmoniques : s_1 de fréquence $f_1 = 80.440$ kHz et s_2 de fréquence $f_2 = 80.000$ kHz. Ces fréquences font-elles parties du domaine audible ?

b. On envoie ces signaux à l'entrée du multiplieur. Préciser quel est le spectre en fréquence du signal de sortie du multiplieur. Ces fréquences font-elles partie du domaine audible ?



Fig. 2 – Thérémine

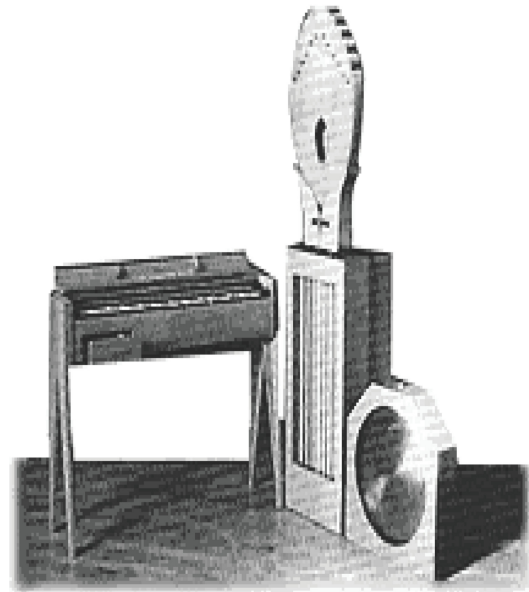


Fig. 3 – Ondes Marthenot

Document 1 : Description des deux instruments

Le thérémine est un boîtier électronique avec deux antennes qui produit de la musique sans que l'instrumentiste ne touche l'instrument. Une antenne verticale est dite antenne de tonalité ou pitch car on commande la hauteur de la note en faisant varier la distance de la main droite à l'antenne verticale. L'antenne horizontale en forme de boucle est utilisée pour faire varier l'intensité du son selon la position de la main gauche (figure 2). La sortie du son, proche de celui d'une scie musicale, se fait par un haut-parleur. Cet instrument exige de l'instrumentiste une grande précision des mouvements de ses mains et une quasi-immobilité du reste du corps : la note juste est difficile à atteindre. Les morceaux joués sont lents.

Dans les ondes Marthenot (figure 3) un oscillateur est relié à un faux clavier, qui sert de repère visuel, et à un ruban mobile avec anneau qui modifie l'électronique intérieure donc la note. Dans un tiroir se trouvent des touches pour régler la forme des signaux, pour introduire des filtres d'effet et enfin pour choisir parmi 4

diffuseurs (1 haut-parleur classique, 1 résonateur à ressorts, un haut-parleur sur lequel sont tendues douze cordes accordées chromatiquement et 1 gong métallique mobile motorisé). L'instrument a « une étendue presque illimitée, une puissance formidable et une douce subtilité » (selon Darius Milhaud) et permet des rendus sonores allant de la scie musicale à l'orgue en passant par la voix humaine. Actuellement il existe plus de 3000 pièces écrites pour ondes Marthenot dans le répertoire classique. Sa forme moderne « ondéa » est souvent préférée au synthétiseur. Dans les deux instruments les électrons « obéissent » à l'exécutant et jouent le rôle de l'anche d'un instrument à vent ou de la corde d'un instrument à corde. Dans les thérémines de concert ou pour les ondéa, on utilise encore pour réaliser l'amplification des tubes à vide (lampes) plutôt que des montages à transistor car les mélomanes en préfèrent la musicalité.

Document 2 : Caractéristiques des sons : hauteur et intensité

La hauteur d'un son est la fréquence du fondamental. Les harmoniques décroissants avec le rang participent au son global. L'oreille perçoit la hauteur même si le fondamental est quasi-inexistant !

Mais il y a un lien avec la durée aussi car l'oreille possède une constante de temps mécanique et la durée limite en dessous de laquelle le son est perçu comme un bruit est 5 ms.

Le « la3 » ou La du diapason est un son de fréquence 440 Hz. Une octave correspond à la multiplication par 2 de la fréquence.

Le timbre est lié à la composition spectrale (présence,

durée et importance des harmoniques) et même l'oreille la moins exercée distingue facilement le timbre d'un instrument.

Intensité sonore

On obtient des effets musicaux en jouant certaines notes de manière plus intense que d'autres. Le son est généralement restitué par un haut-parleur qui transforme un signal électrique en son. L'intensité du son est une fonction croissante de l'amplitude du signal électrique. Les deux instruments s'appuient sur l'effet hétérodyne pour engendrer la fréquence audible.

II.2. Pourquoi faut-il placer un filtre en sortie du multiplieur ? Quelle doit être la nature de celui-ci ?

II.3. On suppose que le circuit oscillant local est un circuit série contenant une bobine idéale d'inductance L_0 et un condensateur de capacité C_0 (figure 4).

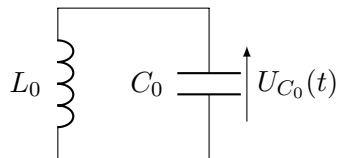


Fig. 4 – Circuit oscillant

- Établir l'équation différentielle à laquelle obéit la tension $U_{C_0}(t)$ aux bornes du condensateur.
- Quelle est la forme mathématique de la solution $U_{C_0}(t)$?
- En déduire la relation qui lie la fréquence propre du circuit f_2 aux grandeurs L_0 et C_0 ?

II.4. Dans le schéma-bloc partiel d'un thérémine donné ci-dessous (figure 5) retrouver les éléments qui correspondent à cet effet hétérodyne et indiquer où est le signal électrique de fréquence « audible ».

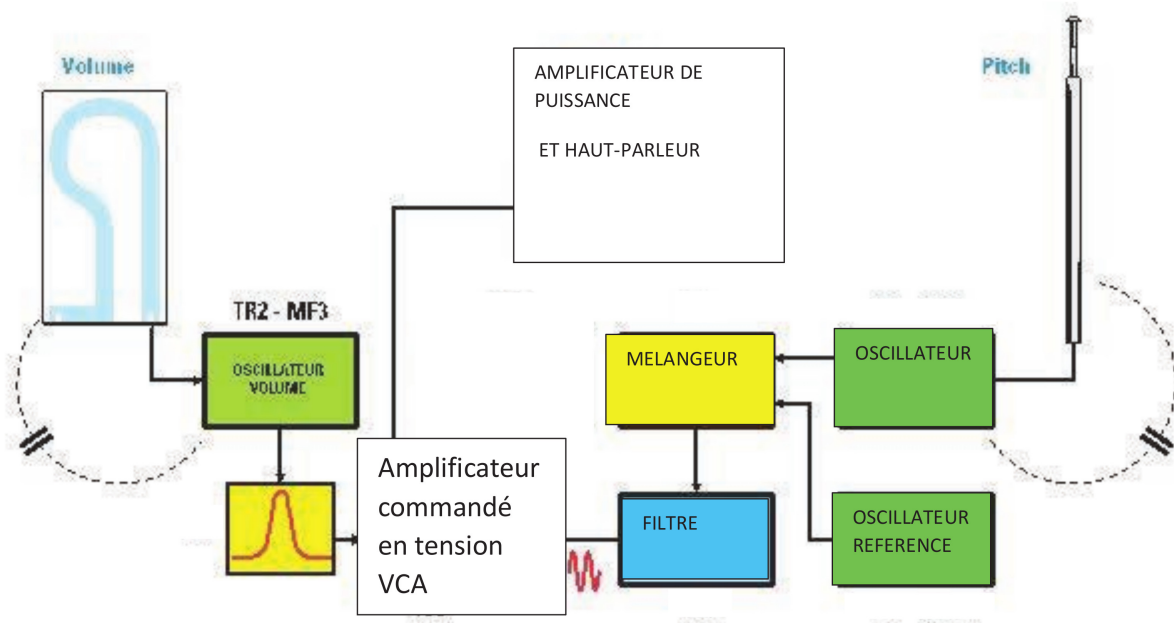


Fig. 5 – Schéma-bloc A fonctionnel d'un thérémine

II.5. L'antenne de tonalité (pitch) est reliée à un circuit oscillant (L_0, C_0) identique à celui décrit question 3. Le caractère conducteur du corps humain fait que l'ensemble (antenne de tonalité, main droite en face) revient à placer un condensateur de capacité C_{h1} (figures 5, 6 et 7) en parallèle du condensateur C_0 . De même l'antenne de volume introduit une capacité en parallèle sur son circuit électrique C_{h2} (figures 5, 6 et 7).

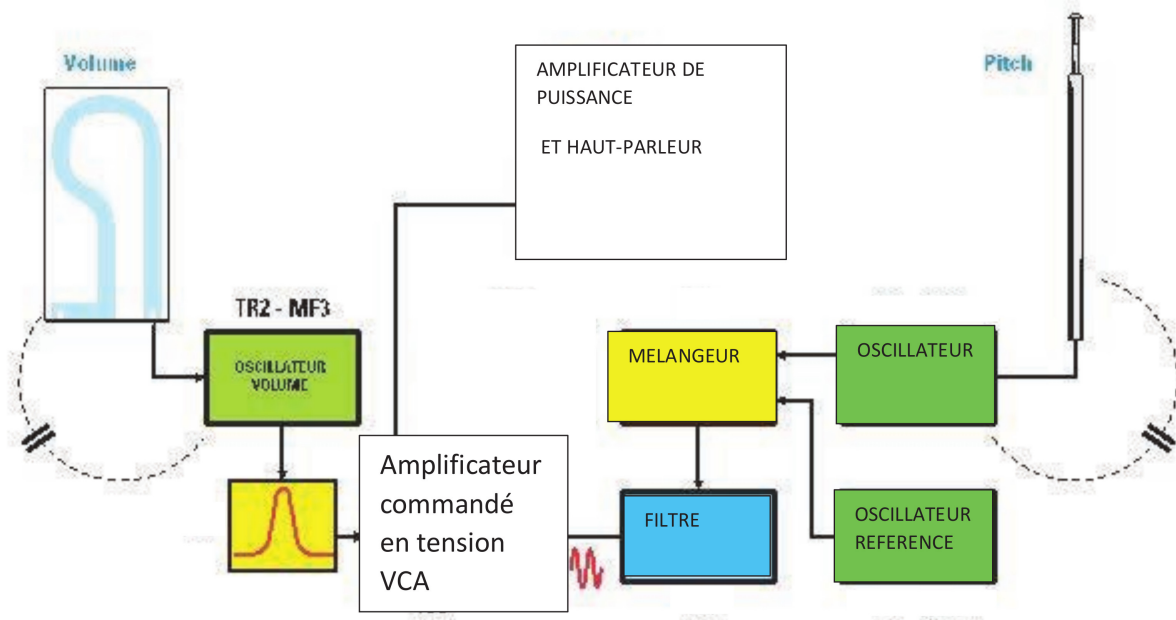


Fig. 6 – Schéma-bloc B d'un thérémine

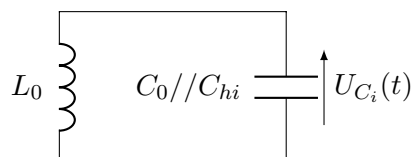


Fig. 7 – Circuit oscillant des antennes de volume ou de tonalité

a. Déterminer la fréquence du signal f_1 engendré.

b. Quel est le spectre du signal $u(t)$ qui sort du « multiplieur » exprimé en fonction de L_0 , C_0 et C_{h1} ? Comment choisir la fréquence de coupure du filtre qu'on applique à ce signal électrique $u(t)$?

II.6. On s'intéresse au filtrage du signal $u(t)$. On dispose d'un conducteur ohmique de résistance R et d'un condensateur de capacité C dont le montage est celui du schéma de la figure 8.

a. Établir la fonction de transfert $T(jf)$. Quelle est la nature du filtre? Exprimer la fréquence de coupure f_c du filtre à -3 dB en fonction de R et C .

b. On a une capacité $C = 0.01 \mu\text{F}$, quelle résistance proposez-vous de placer dans le circuit pour isoler la fréquence audible?

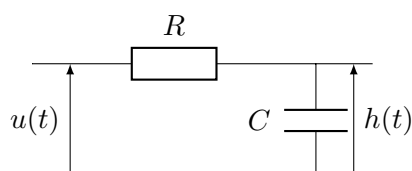


Fig. 8 – Montage R, C

II.7. Pour déterminer le lien entre la capacité C_{h1} et la position de la main droite, on mesure sur un thérémine la fréquence f du signal $h(t)$ de sortie du filtre en fonction de la distance x de la main droite à l'antenne en essayant de maintenir la même « forme » de la main. On obtient les valeurs du tableau 1 ci-dessous.

f en Hz	40	55	110	220	440	880	1760
x en cm	74	58	44	32	20	8	1

Tab. 1

À quelle distance doit-on se placer pour obtenir un signal électrique $h(t)$ de même fréquence que le « La3 » ? Indiquer, sans faire de calculs, quel est le lien entre x et $\log f$ pour $10 \text{ cm} < x < 44 \text{ cm}$. On rappelle que $\log(2X) = \log(X) + 0.3$ et on suppose que dans ce domaine le lien entre x et $\log(x)$ est une fonction affine.

II.8. Le son qui sort du haut-parleur a la même fréquence que le signal $h(t)$. Rendra-t-on le son plus grave en rapprochant la main droite ou en l'éloignant de l'antenne ? Combien d'octaves couvre ce thérémine ? De combien doit-on avancer la main pour que la note se déplace d'une octave ?

Problème III - Instabilités et oscillations de relaxation

Ce sujet est extrait de l'épreuve de physique CCMP 2 MPI 2024.

I Oscillateur à tube

On considère le montage de la figure 1 comportant un générateur idéal de tension constante E_0 , un résistor de résistance R , un condensateur de capacité C et un dipôle \mathcal{D} assimilé à un résistor de résistance $R_L = \alpha R$.

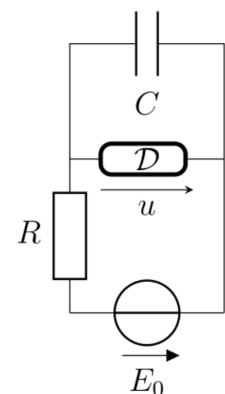


FIGURE 1 – Circuit

I.A Une première équation d'évolution

Dans un tel circuit linéaire, l'équation d'évolution de $u(t)$ est une équation différentielle linéaire du premier ordre à coefficients constants dont la solution comporte d'une part une solution de l'équation homogène $u_H(t)$ et d'autre part une solution particulière $u_P(t)$.

□ – 1. Laquelle de ces deux solutions correspond au régime transitoire ?

Sa forme générale dépend-elle de E_0 ?

Proposer un schéma simplifié et en déduire, en effectuant le moins de calculs possible, qu'il s'agit d'une solution caractérisée par une constante de temps τ_α qu'on explicitera en fonction de $\tau_0 = RC$ et de α .

□ – 2. À quelle condition l'autre solution correspond-elle au régime permanent ?

Sa forme générale dépend-elle de C ? des résistances R et R_L ?

Proposer un schéma simplifié et en déduire simplement l'expression correspondante u_∞ de u en fonction de α et E_0 .

I.B Un dipôle à deux états

En réalité, le dipôle \mathcal{D} est une lampe contenant un gaz raréfié qui peut être dans deux états électriques (lampe éteinte ou allumée). Ces deux états correspondent chacun à une valeur de α .

Le comportement électrique de \mathcal{D} diffère selon son état : c'est un assez bon conducteur si elle est allumée, et un assez bon isolant si elle est éteinte.

- – 3. Que peut-on dire *a priori* de α si la lampe est éteinte ? si elle est allumée ?

On réalise le circuit avec $R = 20 \text{ k}\Omega$ et $C = 200 \mu\text{F}$. Lors du branchement initial du circuit, on admettra que la lampe est éteinte et le condensateur déchargé. Par la suite :

- la lampe reste éteinte tant que la tension à ses bornes vérifie $|u| < U_a$ où $U_a = 90 \text{ V}$ est la tension d'allumage ; dans ce cas elle a pour résistance $R_e \gg R$;
- une fois allumée, la lampe a pour résistance $R_a \simeq 1 \text{ k}\Omega$; elle reste allumée sauf si la tension à ses bornes diminue trop et elle va donc s'éteindre dès lors que $|u| < U_e$ où $U_e = 70 \text{ V}$ est la tension d'extinction.

- – 4. Exprimer et calculer τ_α dans les deux régimes, successivement lampe éteinte puis allumée.
- – 5. Exprimer la limite $\lim_{t \rightarrow \infty} u(t)$ si la lampe ne s'allume jamais ; puis si elle reste allumée. En déduire que le système oscille seulement si $E_0 > 0$ est compris dans un intervalle que l'on déterminera. Est-ce le cas avec $E_0 = 120 \text{ V}$, valeur choisie dans la suite ? Ces oscillations seront-elles observables à l'œil ?

I.C Étude numérique du régime d'oscillation

On propose une étude numérique des oscillations au moyen d'un algorithme dérivé de la méthode d'Euler explicite pour l'étude de $u(t)$; le passage de t à $t + \delta t$ se fait au moyen de la fonction Next :

```

1 def Next(u, al, dt):
2     i = (E - u)/R
3     if al:
4         al = u >= Ue
5     else:
6         al = u > Ua
7     u += dt*(i - al*u/Ra)/C
8     return u, al

```

- – 6. Quelle est la signification de la variable (logique) `al` ?
 Quel est l'objectif des lignes 3 à 6 ?
 Justifier, au moyen d'un schéma électrique, la ligne 7.

On propose enfin de tracer l'allure de la courbe représentative de $u(t)$ au moyen du code ci-après :

```

1 E = 120.0
2 R = 2.0E4
3 C = 200.0E-6
4 Ua = 90.0
5 Ue = 70.0
6 Ra = 1.0E3
7 tmax = 20.0
8
9 def Etude(tmax, N, u0, all0):
10     h = tmax/N
11     t, u, all = 0, u0, all0
12     LT = LU = []

```

```

13     for k in range(N):
14         LT.append(t)
15         LU.append(u)
16         t = t + h
17         u, all = Next(u, all, h)
18     pl.figure()
19     pl.plot(LT, LU)
20     pl.show()

```

suivi de l'exécution des lignes :

```

1 import matplotlib.pyplot as pl
2 Etude(tmax, 500, 0, False)

```

□ – 7. Le tracé sera-t-il satisfaisant ?

Si non, quelle(s) modification(s) proposez-vous ?

Après rectification si nécessaire, *l'allure* du tracé obtenu est représenté figure 2.

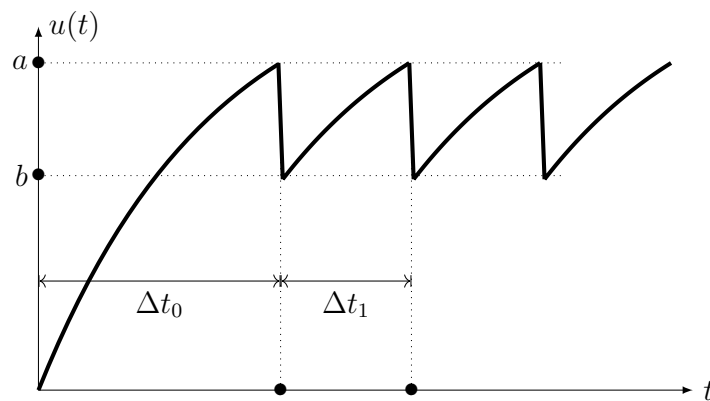


FIGURE 2 – Tracé de $u(t)$ par la méthode numérique proposée

□ – 8. Sur la figure 2, identifier les phases où la lampe est allumée et celles où elle est éteinte ; quelle est la valeur de a ?

La valeur de b dépend en fait du paramètre N de la fonction `Etude` ; avec $N = 500$ on trouve par exemple $b \simeq 59 \text{ V}$. Expliquer pourquoi cette valeur reste inférieure à 70 V ?

II Oscillateur à portes logiques

Dans la partie précédente, les oscillations étaient dues aux deux états du dipôle \mathcal{D} . On peut également utiliser un circuit comportant une rétroaction pour engendrer des oscillations : c'est le cas dans cette partie.

II.A Identification d'un circuit intégré

On récupère au laboratoire un circuit intégré comportant un certain nombre de portes logiques identiques, dont on est sûr :

- de leur tension d'alimentation $V_{cc} = 15 \text{ V}$ associée à la technologie CMOS employée ;
- de la faible valeur ($i < 0,1 \mu\text{A}$) des courants d'entrée, qu'on négligera donc dans tout ce qui suit.

Les références du circuit intégré n'étant plus lisibles, on n'est plus sûr de la nature des portes en question ; on sait cependant qu'il s'agit nécessairement de portes figurant dans la liste AND, OR, NAND, NOR (ou en français ET, OU, NON ET, NON OU). Pour déterminer la nature de ces portes, on réalise deux séries de mesures de la caractéristique *entrée-sortie* selon les schémas des figures 3 et 4

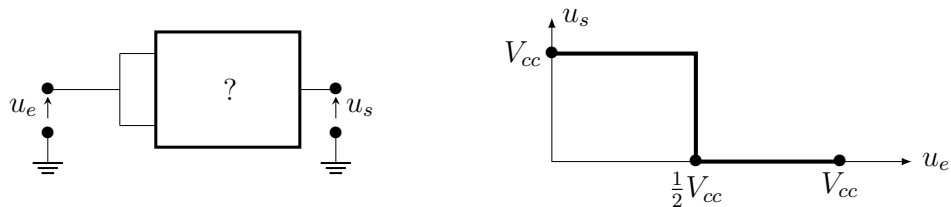


FIGURE 3 – Montage d'une première série de mesures (à gauche) et ses résultats (à droite).

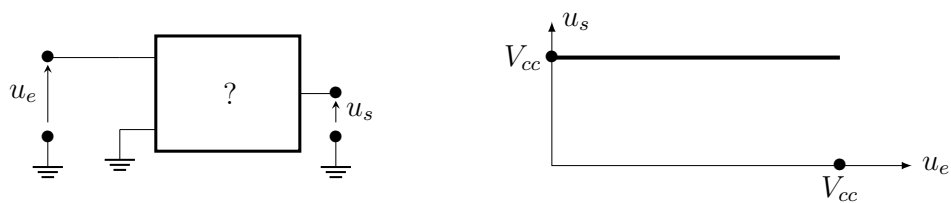
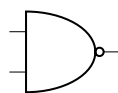


FIGURE 4 – Montage de la seconde série de mesures (à gauche) et ses résultats (à droite).

- – 9. Que peut-on déduire de la *première* expérience (figure 3) ? Et de la *seconde* expérience (figure 4) ?

On poursuivra l'étude, indépendamment des conclusions ci-dessus, en n'utilisant que des portes NAND (NON ET) que l'on symbolisera à l'aide du schéma suivant :



- – 10. Proposer des montages n'utilisant que des portes NAND réalisant les fonctions NOT, AND et OR. On vérifiera le comportement de chaque montage en donnant sa table de vérité.
- – 11. Le circuit intégré *Texas Instruments CD-4011* (photographie de la figure 5) comporte quatorze broches (*pins* en anglais). Combien de portes NAND comporte-t-il au maximum ? Justifier.



FIGURE 5 – Circuit intégré TI CD-4011

II.B Emploi de portes logiques

De nombreux documents destinés à la réalisation de montages d'électronique musicale proposent l'utilisation du circuit théorique présenté sur la figure 6 avec $R = 1\text{ M}\Omega$ et $C = 100\text{ nF}$. La tension d'entrée marquée v (pour « valid ») peut être, selon le cas :

- maintenue égale à $v = 0\text{ V}$ (le circuit est alors dit *invalidé*) ;
- portée à la valeur constante $v = +V_{cc}$ (le circuit est alors dit *validé*). On considérera qu'à l'instant de la validation le condensateur est déchargé.

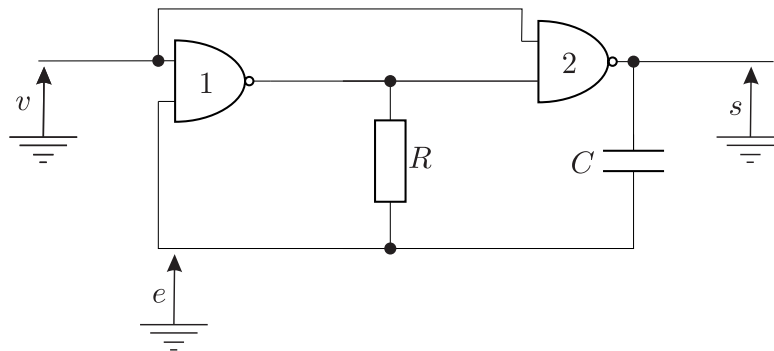


FIGURE 6 – Un circuit classique de l'électronique musicale

On notera $s(t)$ la tension en sortie de la porte 2 et $e(t)$ la tension à l'autre entrée de la porte 1 (voir figure 6). Les tensions e , s et v sont toutes déterminées relativement à la masse électrique du montage. Dans toute la suite de cette partie, on suppose que le seuil de basculement des portes NAND utilisées est égal à $V_{cc}/2$. On notera respectivement b_s et b_e les valeurs binaires associées à s et e ; ainsi par exemple $b_s = 1$ si $s > V_{cc}/2$ et $b_s = 0$ sinon.

- – 12. Lorsqu'il est invalidé, montrer que le circuit atteint toujours un état stable pour lequel on déterminera les valeurs de s et e , et de b_s et b_e .
- – 13. À l'instant $t = 0$ le circuit est alors validé. Montrer qu'une seule des deux portes NAND change d'état (on dit qu'elle bascule) ; laquelle ?
Que dire de la différence $e(t) - s(t)$ en $t = 0^+$ et en $t = 0^-$? Exprimer $e(t)$ et en déduire que cet état dure jusqu'à un instant t_1 , que l'on déterminera en fonction de R et C .

Un nouveau changement d'état a lieu à l'instant $t = t_1$

- – 14. Exprimer $s(t_1^+)$ et $e(t_1^+)$ où la notation t_1^+ désigne la limite $t \rightarrow t_1$ par valeur supérieure. Déterminer alors $e(t)$ pour $t > t_1$ et en déduire que cet état dure jusqu'à un instant t_2 que l'on exprimera en fonction de R et C .
- – 15. Avec la même convention, exprimer $s(t_2^+)$ et $e(t_2^+)$, puis $e(t)$ pour $t > t_2$. En déduire l'existence d'un nouvel instant de basculement $t_3 > t_2$ que l'on exprimera en fonction de R et C .
- – 16. Tracer l'allure de $e(t)$ et $s(t)$ sur une durée au moins égale à $2t_3$, en positionnant clairement les instants t_1 , t_2 et t_3 ainsi que les valeurs de e et s correspondantes.
- – 17. Commenter le comportement du circuit et calculer la valeur numérique de la durée caractéristique associée.
Proposer une application dans le domaine pour lequel ce circuit a été conçu.